アクチュアリー試験に必要な基礎数学力
及び
講座受講が必要か否かを判定する

分野毎　自己診断チェックシート

注意１　制限時間を厳密に扱って下さい．
注意２　答えを覚えてしまっているものも，“導出できるかどうか”で基礎力を判定しますので，
必ず一から計算して下さい．

□初等関数　(2017年2月講座)

以下の関数$f(x)$もしくは$f(x,y)$の最小値を求めよ．

(1)　xを実数とするとき，$f(x)=\sum_{k=1}^{n}(x-k)^2$　[制限時間5分]

(2)　xを$0\leqq x\leqq \pi$とするとき，$f(x)=\sin^2 x+3\sin x\cos x-3\cos^2 x$　[制限時間5分]

(3)　x,yを$x\geqq\sqrt{2}, y\geqq\frac{1}{2}, x^4y^3=32$をみたす実数とするとき，$f(x,y)=\log_x y$　[制限時間8分]

□数列　(2017年3月講座)

以下の漸化式の一般項を求めよ．

(1)　$p_{n+1}=\frac{1}{4}p_n+n\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^n, p_1=1$　(2)　$p_{n+2}-\frac{1}{2}p_{n+1}-\frac{1}{2}p_n=0, p_1=\frac{1}{2}, p_2=\frac{3}{4}$　[制限時間各6分]

以下を計算せよ．

(3)　$\sum_{k=1}^{n}(p^{2n-k-1}+p^{n-2k+1})(1-p)$　$(|p|\neq 1)$　(4)　$\sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{j=1}^{i}ij\right)$　[制限時間各5分]

(5)　$P(X=k)={}_nC_kp^k(1-p)^{n-k}$，$E(X)=\sum_{k=0}^{n}k\cdot P(X=k)$とするとき，$E(X), E\left((X-E(X))^2\right)$を求めよ．　[制限時間10分]

□微積分1,2　(2017年4,5月講座)

以下の関数の最小値を求めよ．

(1)　$f(x)=3xe^{2x}$　(2)　$f(x,y)=x^2-xy+y^2+2x-6y$　[制限時間各3分]

$M_X(t)=\sum_x e^{tx}f(x)$とする．$f(x)$が以下であるとき，$M_X'(0), M_X''(0)$を求めよ．

(3)　$f(x)={}_nC_xp^x(1-p)^{n-x}$ $(0\leqq x\leqq n)$　(4)　$f(x)=e^{-\lambda}\frac{\lambda^x}{x!}$ $(0\leqq x<\infty)$　(5)　$f(x)=p(1-p)^{x-1}$ $(0\leqq x<\infty)$　[制限時間各5分]

以下を計算せよ．

(6)　$\int_3^4\frac{2x-1}{x^2-3x+2}dx$　(7)　$\int_0^1 e^{\sqrt{x}}dx$　(8)　$\int_0^{\frac{\pi}{2}}e^x\sin x\,dx$　[制限時間各3分]

(9)　$\int_\alpha^\beta(x-\alpha)^m(\beta-x)^n\,dx$　(10)　$\iint_D e^{-(x^2+y^2)}\,dxdy$　(Dはxy平面全体)　[制限時間各5分]

(11)　$f(x)=\frac{(x\lambda)^k}{(k-1)!}x^{k-1}e^{-k\lambda x}$　($\lambda>0, k$:正整数)のように$f(x)$を定義する．このとき，$\int_0^\infty xf(x)\,dx$を求めよ．　[制限時間10分]

□確率1,2　(2017年6,7月講座)

$P(A)=0.5, P(A\cup B)=0.6$とする．以下のそれぞれの場合について，$P(B)$を求めよ．

(1)　A,Bが排反　(2)　A,Bが独立　(3)　$P(A|B)=0.4$　[制限時間(1)1分 (2)5分 (3)1分]

確率変数Xが離散一様分布$DU(n)$に従うとする．ただしXのとりうる値は$a, a+1, \cdots a+n-1$とする．このとき，以下を求めよ．

(4)　期待値　(5)　分散　[制限時間(4)2分, (5)3分]

$f(x)=\frac{1}{2^{\frac{n}{3}}\Gamma\left(\frac{n}{3}\right)}(2x)^{\frac{n}{3}-1}e^{-\frac{2}{3}x}$　(n:正整数)を確率密度関数とする確率変数$X(\geqq 0)$を考える．このとき，以下の値を求めよ．

ただし，$\Gamma(\alpha)=\int_0^\infty x^{\alpha-1}e^{-x}\,dx$とする．

(6)　期待値　(7)　分散　(8)　積率母関数　(9)　l次の積率　[制限時間各3分]

□行列（モデリングの回に扱います）　(2017年10月講座)

(1)　$A=\begin{pmatrix}2&3\\1&0\end{pmatrix}$の固有値と各固有値に対する固有ベクトルを求めよ．　[制限時間3分]

以下の各行列のn乗を計算せよ．ただし，nは正整数とする．

(2)　$\begin{pmatrix}3&2\\1&4\end{pmatrix}$　(3)　$\begin{pmatrix}1&-1\\1&3\end{pmatrix}$　[制限時間各5分]

(4)　$\begin{pmatrix}3&1&-1\\2&2&1\\1&0&-1\end{pmatrix}^{-1}$を求めよ．　[制限時間6分]

〈裏面に解答と判定〉

【解答・配点】

□初等関数

(1) $\dfrac{n(n-1)(n+1)}{12}$ [6点]　(2) $-\dfrac{7}{2}$ [7点]　(3) $-\dfrac{1}{2}$ [7点]

□数列

(1) $p_n=\dfrac{13}{4^{n-1}}+\dfrac{4n-16}{3^{n-1}}$ [4点]　(2) $p_n=\dfrac{1}{3}\left(-\dfrac{1}{2}\right)^n+\dfrac{2}{3}$ [4点]

(3) $p^{n-1}\left(1-p^n\right)+p^{1-n}\dfrac{1-p^{2n}}{1+p}$ [4点]　(4) $\dfrac{n(n+1)(n+2)(3n+1)}{24}$ [3点]

(5) $np,np(1-p)$ [2+3点]

□微積分1

(1) $-\dfrac{3}{2e}$ [2点]　(2) $-\dfrac{28}{3}$ [4点]

(3) $np,np(1-p+np)$ [2+2点]　(4) $\lambda,\lambda+\lambda^2$ [3+3点]　(5) $\dfrac{1}{p},\dfrac{2-p}{p^2}$ [2+2点]

□微積分2

(6) $\log\dfrac{16}{3}$ [2点]　(7) 2 [3点]　(8) $\dfrac{e^{\frac{\pi}{2}}+1}{2}$ [2点]

(9) $\dfrac{m!n!}{(m+n+1)!}(\beta-\alpha)^{m+n+1}$ [4点]　(10) π [4点]

(11) $\dfrac{(2k)!}{\lambda^{k+1}\cdot k^{2k}\cdot k!}$ [5点]

□確率1

(1) 0.1 [3点]　(2) 0.2 [4点]　(3) $\dfrac{1}{6}$ [3点]

(4) $\dfrac{2a+n-1}{2}$ [4点]　(5) $\dfrac{n^2-1}{12}$ [6点]

□確率2

(6) $\dfrac{n}{2}$ [4点]　(7) $\dfrac{3}{4}n$ [4点]　(8) $\left(\dfrac{2}{2-3t}\right)^{\frac{n}{3}}$ [6点]

(9) $\dfrac{n(n+3)\cdots(n+3l-3)}{2^l}$ [6点]

□行列（モデリングの回に）

(1) $3,\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$と$-1,\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$　（固有ベクトルは定数倍したものでもよい） [3点]

(2) $-\dfrac{1}{3}\begin{pmatrix}-2^{n+1}-5^n & 2^{n+1}-2\cdot5^n\\ 2^n-5^n & -2^n-2\cdot5^n\end{pmatrix}$ [5点]　(3) $\begin{pmatrix}(2-n)\cdot2^{n-1} & -n\cdot2^{n-1}\\ n\cdot2^{n-1} & (2+n)\cdot2^{n-1}\end{pmatrix}$ [6点]

(4) $\begin{pmatrix}2 & -1 & -3\\ -3 & 2 & 5\\ 2 & -1 & -4\end{pmatrix}$ [6点]

【判定】

各分野ごとに判定します．（各分野20点）

正確に判定するために，制限時間をオーバーした場合は，配点の半分としてください．また，実際に計算をせずに答えを出してしまった場合には，正確な判定になりませんので，採点対象から外し，満点に対する割合で判断してください．

15点～20点　この分野の受講の必要はありません．該当分野の数学基礎力は十分です．自分で過去問を演習するだけで，合格が見込めます．

10点～14点　もう少し基礎を固めた方がよいでしょう．独力で行うことも可能ですし，効率性を求めるのならば講座を受講するのもひとつの手段だと思います．

0点～9点　講座受講に適しています．数学的基礎に不安があり，何度受けても受からないという事態に陥らないためにも，付け焼き刃の勉強ではなく，基礎からきっちりと積み上げた方が，かえって近道であると考えます．講座では，この基礎力テストで扱った問題の系統のみならず，該当分野で必要となる問題は全て一から応用まで網羅し，とっさに反応することの出来るまで演習を重ねます．